

# Matematika A3 gyakorlat

Energetika és Mechatronika BSc szakok, 2016/17 őszi

## 11. feladatsor: Laplace-transzformáció

---

1. Határozzuk meg az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  függvény Laplace-transzformáltját.

a)  $f(x) = \cos^2 x$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{ha } a \leq x < b, \\ 1 & \text{ha } x \geq b \end{cases}$$

ahol  $0 < a < b$ .

2. Határozzuk meg Laplace-transzformációval az  $y''' + y = 1$  differenciálegyenlet  $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$  kezdeti feltételt kielégítő megoldását.

3. Laplace-transzformáció alkalmazásával oldjuk meg az  $xy'' + 2y' + xy = 0$  differenciálegyenletet.

4. Két nyugalomban lévő testet kezdetben nyújtatlan rugó köt össze. Az egyiket a  $t_0 = 0$  pillanatban a rugóval párhuzamos állandó erővel gyorsítani kezdjük. Ha  $y_1, y_2$  jelöli az egyes testek kezdeti helytől számított elmozdulását, akkor a mozgást meghatározó differenciálegyenlet-rendszer

$$y_1'' = y_2 - y_1 + f$$

$$y_2'' = y_1 - y_2.$$

Hogyan mozognak a  $t_0 = 0$  pillanat után?

### További gyakorló feladatok

5. Határozzuk meg az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  függvény Laplace-transzformáltját.

a)  $f(x) = x^{-1/2}$

b)  $f(x) = \operatorname{sgn} \sin(\pi x)$

6. Laplace-transzformáció segítségével határozzuk meg az  $y'' - 2y' + y = x$  differenciálegyenlet  $y(0) = 0$   $y'(0) = -1$  kezdeti feltételt kielégítő megoldását.

7. Laplace-transzformáció segítségével oldjuk meg az  $y'' + 2y' + 2y = 0$  differenciálegyenletet  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  kezdeti feltétel mellett.

8. Laplace-transzformáció alkalmazásával oldjuk meg az  $xy'' + 2y' - xy = 0$  differenciálegyenletet.

9. Laplace-transzformáció alkalmazásával oldjuk meg az

$$y_1' = -3y_1 + 4y_2$$

$$y_2' = -y_1 + y_2$$

differenciálegyenlet-rendszert  $y_1(0) = 1$ ,  $y_2(0) = 0$  kezdeti feltétel mellett.