Matematika A3 második PPZH — B csoport

Energetika és Mechatronika BSc szakok — 2016. december 13.

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.

Gyakorlat:

Név:

Neptun:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ

---

1. (3×2p) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
   a) Ha $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ folytonosan differenciálható, akkor az $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ kezdetiérték-problémának bármely $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ esetén egyértelmű a lokális megoldása.
   b) Az $y'' + e^x y' - (\sin x)y = 1$ differenciálegyenlet megoldásai kétdimenziós vektorteret alkotnak (a pontonkénti műveletekre nézve).
   c) Ha az $y_1(x)$ és $y_2(x)$ függvények az $y'' + a_1(x)y' + a_0(x) = 0$ differenciálegyenlet megoldásai, ahol a_0, a_1 folytonos, és Wronski-determinánsuk valamilyen x pontban nem 0, akkor sehol sem 0.
2. (4p) Tegyük fel, hogy $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ megoldja az $y' = f(y)$ differenciálegyenletet, ahol $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ folytonos, és $\lim_{x\to\infty} y(x) = A \in \mathbb{R}$. Bizonyítsa be, hogy ekkor $\lim_{x\to\infty} y'(x) = 0$.
3. (8p) Határozza meg az $y' = \frac{y}{\sqrt{1+x^2}}$ differenciálegyenlet $y(0) = 1$ kezdeti feltételt kielégítő megoldásának szukcesszív approximációjával kapott n. közelítő függvényt. Mi a függvénysorozat limesze?
4. (8p) Oldja meg a $2xy'' = y' \ln y'$ differenciálegyenletet $y(1) = 0$, $y'(1) = e^2$ kezdeti feltétel mellett.
5. (8p) Határozza meg a $(2xe^y - \sin x) + (2(1 + x^2)e^y + \cos x)y' = 0$ differenciálegyenlet $y(0) = -\ln 2$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.
6. (8p) Az

$$\begin{aligned} y_1' &= (\sin x)y_1 + y_1^2 y_2 \\ y_2' &= \frac{y_2}{1 + y_1^2} \end{aligned}$$

   differenciálegyenlet-rendszer $\mathbf{y}(0) = (0, 0)$ kezdeti feltételt kielégítő megoldása $\mathbf{y}(x) = (0, 0)$. Határozza meg a megoldás kezdeti feltétel szerinti deriváltját.
7. (8p) Határozza meg az $y' + \frac{1}{x}y = -e^x$ differenciálegyenlet általános megoldását.