Matematika A3 első PZH — A csoport

Energetika és Mechatronika BSc szakok — 2016. december 6.

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.

Gyakorlat:

Név:

Neptun:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ

---

1. (3×2p) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
   a) Ha egy $\mathbf{r} : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ függvény rektifikálható görbét határoz meg, akkor Lipschitz-folytonos.
   b) Bármely skalármező gradiensének rotációja 0.
   c) Vektormező felületi integráljánál az irányítás megfordításakor az integrál ellentettjére változik.
2. (4p) Bizonyítsa be a $\operatorname{div}(f\mathbf{u}) = (\operatorname{grad} f) \cdot \mathbf{u} + f \operatorname{div} \mathbf{u}$ Leibniz-szabályt, ahol f skalármező, $\mathbf{u}$ vektormező.
3. (8p) Számítsa ki az $\mathbf{u}(x,y,z) = (-y^3z - 6x^2z^3)\mathbf{i} + (-3xy^2z + 9y^2z^2)\mathbf{j} + (-xy^3 + 6y^3z - 6x^3z^2)\mathbf{k}$ vektormező integrálját az
$$\mathbf{r}(t) = \tan\left(\frac{\pi}{4}t\right)\mathbf{i} + \frac{2t}{t^2 - 1 - t^4}\mathbf{j} + \left(3 - \frac{6}{2+t^2}\right)\mathbf{k}$$
görbe mentén a $t = 0$ és $t = 1$ paraméterértékek közötti darabon.
4. (8p) Hol van a tömegközéppontja annak a vékony, homogén tömegeloszlású drótnak, amelynek alakját a $\mathbf{r}(t) = \cosh t \cos t\mathbf{i} + \cosh t \sin t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ görbe $-\pi \le t \le \pi$ darabja írja le.
5. (8p) Mekkora a felszíne az $\mathbf{r}(u,v) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + (u^2+v^2)^{3/4}\mathbf{k}$ felület $1 \le u^2 + v^2 \le 4$, $v \ge 0$ paramétertartománynak megfelelő darabjának?
6. (8p) Integrálja az $\mathbf{u}(x,y,z) = x^3\mathbf{i} + yz^2\mathbf{j} - x^2z\mathbf{k}$ vektormezőt az $x^2+y^2 = R^2$ felület $|z| \le h/2$ darabján kifelé (a z tengelytől távolodó irányba) mutató irányítás mellett.
7. (8p) Számítsa ki az $\mathbf{u}(x,y,z) = (xz^2 - 2x^2y)\mathbf{i} - 4x^2z\mathbf{j} + (6xy + 4xyz)\mathbf{k}$ vektormező integrálját az $x^2 + y^2 + z^4 = 1$ egyenletű felületen kifelé mutató irányítás mellett.