1. **Prüfung A1G1, am** 12. **Dezember** 2024.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

## 1. Theorie $(5 \times 4\mathrm{P})$

1. Der Fundamentalsatz der Algebra.
2. Definieren Sie die Beschränktheit, das Infimum und das Supremum einer rellen Zahlenfolge.
3. Definieren Sie die Divergenz einer reellen Funktion einer Veränderlichen in einem $x_0$ Punkt nach $-\infty$. Geben Sie auch ein Beispiel.
4. Was bedeutet, dass die Ableitung eine homogen lineare Abbildung ist?
5. Satz der partiellen Integration.

## 2. Aufgaben $(5 \times 8\mathrm{P})$

1. [8P] Skizzieren Sie die komplexen Zahlen in der komplexen Zahlenebe, für die die folgende Bedingung gilt:

$$z^2 + 1 - i = 0 \quad \text{ODER} \quad |z-2| > 2$$

2. [8P] Untersuchen Sie die Funktion auf Vorliegen von allen möglichen Typen der Asymptoten. Schreiben Sie die Gleichung der Asymptoten auch auf.

$$f(x) = x \cdot \operatorname{arctg}(x)$$

3. [8P] Schreiben Sie die Gleichung der Tangenten der Funktion $y = y(x)$ im angegebenen Punkt auf.

$$y \cdot \operatorname{tg}(xy) - \frac{x+y}{x^2} + \ln\left(\frac{y}{\pi x}\right) + \ln 4 = -1 \qquad P_0\left(1;\, \frac{\pi}{4}\right)$$

4. [2 + 6P] Unbestimmte Integrale

   (a) $\int x \cdot \sin(x) dx = ?$

   (b) $\int \frac{x^3+5x+10}{x^3+2x-12} dx = ?$

5. [8P] Berechnen Sie die Bogenlänge des Funktionsgraphen und auch das Volumen des erzeugten Drehkörpers.

$$f(x) = 1 + 4 \cdot \sqrt{x^3} \quad x \in \left[0; \frac{2}{9}\right]$$