

2. Prüfung A1G1, am 19. Dezember 2024.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

1. Theorie ($5 \times 4\text{P}$)

1. Definieren Sie das Kreuzprodukt zweier Vektoren.
2. Wie berechnet man die n -te komplexe Wurzel einer Zahl? Schreiben Sie auch die vierten Wurzeln von 1 auf.
3. Formulieren Sie den Mittelwertsatz von Lagrange.
4. Was bedeutet die Verfeinerung der Aufteilung eines $[a; b]$ Intervalls über alle Grenzen?
5. Parametrische und nichtparametrische Form der Gleichung einer Ebene (in \mathbb{R}^3).

2. Aufgaben ($5 \times 8\text{P}$)

1. [8P] Faktorisieren Sie das Polynom über \mathbb{R} und \mathbb{C} . Benutzen Sie auch Polynomdivision.

$$2x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 22x + 12$$

2. [8P] Untersuchen Sie die Folge $a_n = \frac{3-n}{2n+1}$ auf Monotonie, Konvergenz, Beschränktheit (Inf, Sup, Min, Max).
3. [8P] Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch.

$$f(x) = \ln(x^2 - 5)$$

4. [3 + 5P] Integrale

(a) $\int \sqrt{1 + 4x^2} dx = ?$

(b) Flächeninhalt unter dem Funktionsgraphen $y = 8x^3 - 14x^2 - 4x$ auf $[-1; 0]$

5. Gegeben sind die Punkte: $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $D \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

- (a) [4P] Berechnen Sie den Abstand von D und der ABC -Ebene.
- (b) [4P] Schreiben Sie die Gleichung der Geraden auf, die durch D geht und orthogonal zu der ABC -Ebene ist.