A1G1 2. **Prüfung am** 21. **Dezember** 2023.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

1. Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Wie berechnet man die $n-$te Wurzel einer komplexen Zahl?
2. Fundamentalsatz der Algebra.
3. Definieren Sie den Grenzwert einer reellen Funktion in einem x_0 Punkt.
4. Geben Sie eine hinrechende Bedingung der Existenz eines lokalen Minimums der differenzierbaren f Funktion in einem x_0 Punkt.
5. Was bedeutet die Verfeinerung der Aufteilung eines $[a; b]$ Intervalls über alle Grenzen?

2. Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. (a) Zeichnen Sie den Bereich in der komplexen Zahlenebene auf, der durch die folgenden beiden Bedingungen definiert ist:
   $\mathrm{Im}(2z) < 2 \quad \text{und} \quad |z + 1 - i| < 2$

   (b) Drehen Sie die komplexe Zahl $z = 6 + 8i$ um den Ursprung mit $\varphi = \frac{-\pi}{3}$, dann spiegeln Sie das Ergebnis an der $x-$Achse. Geben Sie Lösung in der algebraischen Form an.

2. (a) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2n^2 + 3^n - 5n} = ?$ (b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 3} = ?$

3. Führen Sie eine Kurvendiskussion durch: $f(x) = \dfrac{x}{e^x}$

4. Berechnen Sie den Flcheninhalt des beschränkten Bereiches, der durch die Funktionsgraphen $y = x^4 - 3$ und $y = 4x^2 - 7$ begrenzt ist. Werden die Funktionsgraphen in ihren gemeinsamen Punkten einander durchschneiden oder berühren?

5. Bestimmen Sie die Bogenlänge einer viertel Sternkurve:
   $$\begin{cases} x(t) = 3 \cdot \cos^3(t) \\ y(t) = 3 \cdot \sin^3(t) \end{cases} \qquad t \in \left[0; \tfrac{\pi}{2}\right]$$