3. **Prüfung A1G1, am** 9. **Januar** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Was ist ein irreduzibles Polynom über $\mathbb{R}$? Geben Sie auch ein Beispiel.
2. Schreiben Sie die Heine- und auch die Cauchy-Definition der Stetigkeit einer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktion in einem x_0 Punkt auf.
3. Geben Sie eine hinreichende Bedingung der Existenz eines lokalen Maximums der differenzierbaren Funktion f im Punkt a.
4. Was ist eine Sektorfläche?
5. Satz der partiellen Integration.

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. [8P] Seien $u = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot i$ und $v = 4\sqrt{2} \cdot i$ zwei komplexe Zahlen. Schreiben Sie das Ergebnis von $\sqrt[4]{u^3 + \overline{v}}$ in der algebraischen Form auf. Dann skizzieren Sie die Lösung in der komplexen Zahlenebene.
2. [4 + 4P] Limes.

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^5} + n^2}{3\sqrt{n} - \sqrt{n^3}}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^3 \cdot \ln(2x)$

3. [8P] Führen Sie einen Monotonie- und Extremwerttest bzw. einen Konvexitätstest durch.
$$f(x) = \frac{x}{e^{\sqrt{x}}}$$
4. [4 + 4P] Rotieren Sie den Funktionsgraphen der Zykloide um die $x-$Achse:
$$x(t) = 2\,(t - \sin(t))\,,\; y(t) = 2\,(1 - \cos(t))\,,\; t \in [0; 2\pi]$$
   Berechnen Sie das das Volumen und den Manteloberflächeninhalt des entstehenden Rotationskörpers.
5. [4 + 4P] Bestimmen Sie das Volumen des $ABCD$ Tetraeders, und auch die Gleichung der Geraden durch den Punkt D, die orthogonal zu der $ABC-$Ebene ist.
$$A(4;\,-1;\,2),\; B(5;\,2;\,5),\; C(1;\,-1;\,1),\; D(5;\,-2;\,1)$$

3. **Prüfung A1G1, am** 9. **Januar** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Was ist ein irreduzibles Polynom über $\mathbb{R}$? Geben Sie auch ein Beispiel.
2. Schreiben Sie die Heine- und auch die Cauchy-Definition der Stetigkeit einer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktion in einem x_0 Punkt auf.
3. Geben Sie eine hinreichende Bedingung der Existenz eines lokalen Maximums der differenzierbaren Funktion f im Punkt a.
4. Was ist eine Sektorfläche?
5. Satz der partiellen Integration.

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. [8P] Seien $u = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot i$ und $v = 4\sqrt{2} \cdot i$ zwei komplexe Zahlen. Schreiben Sie das Ergebnis von $\sqrt[4]{u^3 + \overline{v}}$ in der algebraischen Form auf. Dann skizzieren Sie die Lösung in der komplexen Zahlenebene.
2. [4 + 4P] Limes.

   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^5} + n^2}{3\sqrt{n} - \sqrt{n^3}}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} x^3 \cdot \ln(2x)$

3. [8P] Führen Sie einen Monotonie- und Extremwerttest bzw. einen Konvexitätstest durch.
$$f(x) = \frac{x}{e^{\sqrt{x}}}$$
4. [4 + 4P] Rotieren Sie den Funktionsgraphen der Zykloide um die $x-$Achse:
$$x(t) = 2\,(t - \sin(t))\,,\; y(t) = 2\,(1 - \cos(t))\,,\; t \in [0; 2\pi]$$
   Berechnen Sie das das Volumen und den Manteloberflächeninhalt des entstehenden Rotationskörpers.
5. [4 + 4P] Bestimmen Sie das Volumen des $ABCD$ Tetraeders, und auch die Gleichung der Geraden durch den Punkt D, die orthogonal zu der $ABC-$Ebene ist.
$$A(4;\,-1;\,2),\; B(5;\,2;\,5),\; C(1;\,-1;\,1),\; D(5;\,-2;\,1)$$