#### 4. Prüfung A1G1, am 16. Januar 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

### Theorie $(5 \times 4P)$

- 1. Definieren Sie die imaginäre Einheit, und die n-ten Einheitswurzeln. Wieviele n-te Einheitswurzeln gibt es?
- 2. Der Bolzano-Weierstrass Satz. (Folgen...)
- 3. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung der Konkavität der genug oft differenzierbaren Funktion f auf einem offenen I Intervall.
- 4. Die Kettenregel.
- 5. Definition der Stammfunktion und des unbestimmten Integrals einer f Funktion.

# Aufgaben $(5 \times 8P)$

1. [8P] Finden Sie alle Nullstellen der Polynomfunktion, und schreiben Sie die Tangentengleichung an diesen Nullstellen auch in der gewohnten (Skalar-)Form, dann auch in Form eines parametrischen Gleichungssystems auf.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

- 2. [4 + 4P] Limes.
  - (a)  $\lim_{n \to \infty} \left( \frac{n^2 1}{n^2 + 1} \right)^{3 n^2} = ?$
- (b)  $\lim_{x \to \infty} 4x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = ?$
- 3. [8P] Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch.

$$f(x) = e^{\frac{2}{1-x}}$$

- 4. [8P] Berechnen Sie alle Stammfunktionen von  $\frac{2x}{3x^2 + 6x + 21}$ . Wenn für eine konkrete  $f_1(x)$  Stammfunktion  $f_1(-1) = 0$  gilt, was ist der Wert der c Integrierungskonstanten?
- 5. [8P] Mit Hilfe der Integralrechnung bestimmen Sie den Flächeninhalt der Halbkreisplatte mit Radius r=5.

#### 4. Prüfung A1G1, am 16. Januar 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

## Theorie $(5 \times 4P)$

- 1. Definieren Sie die imaginäre Einheit, und die n-ten Einheitswurzeln. Wieviele n-te Einheitswurzeln gibt es?
- 2. Der Bolzano-Weierstrass Satz. (Folgen...)
- 3. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung der Konkavität der genug oft differenzierbaren Funktion f auf einem offenen I Intervall.
- 4. Die Kettenregel.
- 5. Definition der Stammfunktion und des unbestimmten Integrals einer f Funktion.

## Aufgaben $(5 \times 8P)$

1. [8P] Finden Sie alle Nullstellen der Polynomfunktion, und schreiben Sie die Tangentengleichung an diesen Nullstellen auch in der gewohnten (Skalar-)Form, dann auch in Form eines parametrischen Gleichungssystems auf.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$$

- 2. [4 + 4P] Limes.
  - (a)  $\lim_{n \to \infty} \left( \frac{n^2 1}{n^2 + 1} \right)^{3 n^2} = ?$  (b)  $\lim_{x \to \infty} 4x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) = ?$
- 3. [8P] Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch.

$$f(x) = e^{\frac{2}{1-x}}$$

- 4. [8P] Berechnen Sie alle Stammfunktionen von  $\frac{2x}{3x^2 + 6x + 21}$ . Wenn für eine konkrete  $f_1(x)$  Stammfunktion  $f_1(-1) = 0$  gilt, was ist der Wert der c Integrierungskonstanten?
- 5. [8P] Mit Hilfe der Integralrechnung bestimmen Sie den Flächeninhalt der Halbkreisplatte mit Radius r=5.