**Hausaufgabe - Analytische Geometrie: Gerade und Ebene im Raum $\left(\mathbb{R}^3\right)$**

1. Schreiben Sie die parametrische und (wenn es möglich ist) auch die nicht parametrische Gleichung der folgenden Geraden auf.
   (a) $P_1(-3;5;1)$ und $P_2(7;6;5)$ sind zwei Punkte der Geraden
   (b) $P_1(-3;5;1)$ ist ein Aufpunkt und $\mathbf{v}=(-1;-2;7)$ ist ein Richtungsvektor
   (c) die Gerade ist parallel mit der Richtung $\mathbf{w}=(1;-1;0)$ und geht durch den Punkt $P_0(-4;2;1)$
   (d) die Gerade ist parallel mit der Geraden $g:\ \dfrac{x-3}{6}=\dfrac{y+1}{2}=-z$ und geht durch den Punkt $P_0(0;2;1)$
   (e) die Gerade ist orthogonal zu den Richtungen $\mathbf{u}=(-1;2;1)$ und $\mathbf{w}=(3;0;1)$ und $P_0(-3;-7;1)$ ist ein Aufpunkt

2. Für welchen Wert des reellen $p$ Parameters sind die Geraden orthogonal zueinander? Und parallel miteinander?
   $e:\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{-y}{3}=\dfrac{z-4}{4},\ f:\ \dfrac{x-3}{p}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-7}{2}$
   Schreiben Sie das parametrische Gleichungssystem und auch die Vektorform der Gleichung der orthogonalen Geraden auf.

3. Für welchen Wert des reellen $p$ Parameters sind die Geraden orthogonal zueinander? Und parallel miteinander?
   $e:\ \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{-y}{3}=\dfrac{z-4}{4},\ f:\ \dfrac{x-3}{p}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-7}{2}$
   Schreiben Sie das parametrische Gleichungssystem und auch die Vektorform der Gleichung der orthogonalen Geraden auf.

4. Bestimmen Sie die Parameterwerte $a,\ b$ so, dass die Geraden parallel zueinander sind.
   $\mathbf{p}=\begin{pmatrix}4\\-2\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\2b\end{pmatrix}$ und $\mathbf{x}=\begin{pmatrix}2\\-1\\7\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}4a\\-2\\9\end{pmatrix}$
   Können die Geraden sich schneiden oder windschief sein? Wenn ja, geben Sie die entsprechenden Parameterwerte an.

5. Gegeben sind die Punkte $A(2;-1;4)$, $B(-2;3;-2)$, $C(3;-1;0)$, $D(1;1;5)$
   (a) Sind die Punkte komplanar? Wenn nicht, dan Geben Sie das Volumen des aufgespannten Spates an.
   (b) Schreiben Sie die Gleichung der $e$ Geraden auf, die durch $A$ und $B$ geht.
   (c) Schreiben Sie die Gleichung der Ebene auf, die durch $A$, $B$ und $C$ bestimmt ist.
   (d) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $D$ und der $ABC$ Ebene.
   (e) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $D$ und der Geraden $e$.

6. Gegeben sind die Punkte $A\,(2;0;1)$, $B\,(2;2;1)$, $C\,(3;1;1)$.

   (a) Schreiben Sie die Gleichung der $ABC$ Ebene auf.

   (b) Bestimmen Sie den Abstand des Ursprungs und dieser Ebene.

   (c) Bestimmen Sie die Gleichung der Höhe bezüglich der Seite $AB$, und berechnen Sie auch die Länge dieser Höhe.

   (d) Schreiben Sie die Gleichung der Seitenhalbierenden (= Schwerlinien) auf, die duch $C$ läuft.

   (e) Schreiben Sie die Gleichung der Mittelparallele (középvonal) auf, die zu $\overline{AB}$ parallel ist. Berechnen Sie auch den Abstand dieser Geraden und des $C$ Punktes.

7. Berechnen Sie den Abstand der parallelen Ebenen:
   $E:\ 2x - 3y + 5z + 3 = 0$ und $F:\ 4x - 6y + 10z + 11 = 0$

8. Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Ebene $S:\ x - 2y + z + 3 = 0$ und der Geraden $e:\ \dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{-6}$ (falls sie nicht parallel sind...).

9. Bestimmen Sie die Schnittlinie der Ebenen
   $E:\ 2x + y - 5z + 3 = 0$ und $F:\ x - y + 2z = 0$

10. Spiegeln Sie den Punkt $P\,(3;2;1)$ ...

    (a) ... an den Punkt $A\,(-1;0;9)$.

    (b) ... an die Gerade $e:\ \dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{-6}$.

    (c) ... an die Ebene $S:\ x - 2y + z + 3 = -12$.