

Hausaufgabe 5. – 6. Woche Reelle Zahlenfolgen

1. Schreiben Sie die ersten fünf Glieder der Zahlenfolgen auf, und beweisen Sie, dass die Folgen von oben nicht beschränkt sind - sogar dass $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$.

Für $M = 10\,000$ finden Sie einen Index (Schwellenindex) ν mit $n > \nu \Rightarrow a_n > M$.

$$(a) a_n = 5n^2 - 10n \qquad (b) a_n = 2^{\sqrt{n}} \qquad (c) a_n = \frac{n^2}{\ln n} \quad (n > 1)$$

2. Schreiben Sie die ersten fünf Glieder der Zahlenfolgen auf, und beweisen Sie, dass die Folgen konvergent sind.

Also zeigen Sie, dass $\exists A \in \mathbb{R} : \forall \epsilon > 0 \exists \nu, n > \nu \Rightarrow |a_n - A| < \epsilon$. (zB. $\epsilon = 10^{-6}$)

$$(a) a_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad (b) \frac{2n+1}{3n^2+4} \qquad (c) \frac{n-1}{2n-8} \quad (n > 4) \qquad (d) \left(1 + \frac{2}{n}\right)^3$$

3. Untersuchen Sie die Zahlenfolgen auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz. Bestimmen Sie das Infimum, das Supremum, Minimum, Maximum, Grenzwert und die Häufungspunkte wenn sie existieren.

$$(a) a_n = \frac{n-1}{n} \qquad (b) 1 + (-1)^n + (-1)^n \cdot \frac{1}{n} \qquad (c) \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

4. Sind die folgenden Zahlenfolgen konvergent oder divergent? Bestimmen Sie den Grenzwert, oder entscheiden Sie, ob die Folge bestimmt divergent ist.

<p>(a) $(1 + \sqrt[n]{2})(1 + \sqrt[n]{3})(1 + \sqrt[n]{n})$</p> <p>(b) $3 \cdot (2 - \sqrt[n]{2n-1})$</p> <p>(c) $\frac{3n^7 + 9n^2 + 5}{4n^7 - 2}$</p> <p>(d) $\frac{-n^3 + 2n^2}{n + 10}$</p> <p>(e) $\frac{7n - 9}{n^4 + n^2}$</p> <p>(f) $n^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n$</p> <p>(g) $\frac{5^{2n} + 3^n}{24^n}$</p> <p>(h) $\sqrt{2n+3} - \sqrt{n}$</p> <p>(i) $\frac{2^n + 3^{-n}}{2^{-n} - 3^n}$</p> <p>(j) $\sqrt[n]{1 + 2^n - 4^n + 5^n}$</p> <p>(k) $\frac{\sin(n^2)}{7n - 5}$</p>	<p>(l) $\left(1 - \frac{8}{n}\right)^n$</p> <p>(m) $\left(\frac{n-2}{2n}\right)^n$</p> <p>(n) $\left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n-1}$</p> <p>(o) $\left(1 + \frac{1}{7n}\right)^{3n}$</p> <p>(p) $\left(\frac{n^2+1}{n^2}\right)^n$</p> <p>(q) $\left(\frac{n^3 - 7n - 3}{n^3 - 7n}\right)^{2n^3+n-1}$</p> <p>(r) $\left(1 + \frac{1}{3^n}\right)^{n!}$</p> <p>(s) $\left(\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)^{\frac{n-1}{n+1}}$</p> <p>(t) $\left(1 + \frac{\sqrt[n]{2n}}{n+7}\right)^n$</p> <p>(u) $\frac{1 + 2 + \dots + n}{3n^2 - 1}$</p>
--	--