1. **Prüfung am** 29. **Mai** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Wie multipliziert man zwei Matrizen?
2. Definition der orthogonalen Matrix. Geben Sie auch ein einfaches Beispiel.
3. Definieren Sie die Taylorsche Reihe einer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktion mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
4. Das Wurzelkriterium.
5. Die Kugelkoordinatentransformation des Volumenintegrals.

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. Untersuchen Sie die Lösbarkeit des Gleichungssystems abhängig von dem Parameter $c \in \mathbb{R}$. Begründen Sie Ihre Behauptungen mit Matrixrängen. Schreiben Sie die Lösung(en) des Gleichungssystems auch auf.
$$\begin{cases} 3x + 2y - z &= c \\ x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x - y + z &= 1 \end{cases}$$
2. Zeigen Sie ob die Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2+2}$ eine Leibnitz-Reihe ist. Ist es divergent, absolut konvergent oder bedingt Konvergent? Wenn der Betrag der Reihe existiert, approximieren Sie es mit S_4, und führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.
3. Führen Sie den Extremwerttest der folgenden Funktion durch.
$f(x; y) = y \cdot (1 - x^2 - y^2)$
4. Sei $f(x; y) = \dfrac{x^3 - y^3}{2x + y^2}$, $P(2; -2)$ und $\mathbf{v} = (1; 1)$.
Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f im Punkt P mit der Definition. Dann bestimmen Sie die Richtungsableitung von f nach Richtung $\mathbf{v}$ in P mit Hilfe des Gradienten.
5. Bestimmen Sie den geometrischen Schwerpunkt der oberen Halbkreisplatte mit Mittelpunkt $M(0; 0)$ und Radius $R = 1$.

1. **Prüfung am** 29. **Mai** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Wie multipliziert man zwei Matrizen?
2. Definition der orthogonalen Matrix. Geben Sie auch ein einfaches Beispiel.
3. Definieren Sie die Taylorsche Reihe einer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktion mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
4. Das Wurzelkriterium.
5. Die Kugelkoordinatentransformation des Volumenintegrals.

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. Untersuchen Sie die Lösbarkeit des Gleichungssystems abhängig von dem Parameter $c \in \mathbb{R}$. Begründen Sie Ihre Behauptungen mit Matrixrängen. Schreiben Sie die Lösung(en) des Gleichungssystems auch auf.
$$\begin{cases} 3x + 2y - z &= c \\ x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x - y + z &= 1 \end{cases}$$
2. Zeigen Sie ob die Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2+2}$ eine Leibnitz-Reihe ist. Ist es divergent, absolut konvergent oder bedingt Konvergent? Wenn der Betrag der Reihe existiert, approximieren Sie es mit S_4, und führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.
3. Führen Sie den Extremwerttest der folgenden Funktion durch.
$f(x; y) = y \cdot (1 - x^2 - y^2)$
4. Sei $f(x; y) = \dfrac{x^3 - y^3}{2x + y^2}$, $P(2; -2)$ und $\mathbf{v} = (1; 1)$.
Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von f im Punkt P mit der Definition. Dann bestimmen Sie die Richtungsableitung von f nach Richtung $\mathbf{v}$ in P mit Hilfe des Gradienten.
5. Bestimmen Sie den geometrischen Schwerpunkt der oberen Halbkreisplatte mit Mittelpunkt $M(0; 0)$ und Radius $R = 1$.