2. **Prüfung am** 5. **Juni** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\mathbf{P})$

1. Definition des Ranges einer reellen Matrix. Wie groß kann der Rang einer 3×5 Matrix höchstens sein?
2. Hinreichende Bedingung der Existenz einer $k-$parametrischen Lösung eines inhomogenen linearen Gleichungssystem.
3. Abel-Satz von Potenzreihen.
4. Definition einer Leibnitz-Reihe.
5. Definition und Berechnung des Gradienten.

Aufgaben $(5 \times 8\mathbf{P})$

1. Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der linearen Abbildung $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$. Was ist die Dimension des Bildraumes? (Warum?)
2. Berechnen Sie den Rang der reellen Matrix $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} p & 3p & p \\ p+1 & 1 & p \\ 2p & 4+p & p \end{bmatrix}$.

   Für welchen Wert von p ist $\mathbf{M}$ regulär?
3. Ist $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{n!}$ divergent, absolut konvergent oder bedingt konvergent? Wenn es konvergent ist, berechnen Sie den Betrag der Reihe mit Hilfe einer Potenzreihe. Dann approximieren Sie den genauen Wert mit S_3, und führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.
4. Schreiben Sie die Taylorsche Reihe von $f(x) = \frac{3x^3-6x^2}{4-x^2}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ auf. Was ist der Konvergenzradius? Wo stellt die Reihe die Funktion dar?
5. Integrieren Sie $f(x;\, y) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$ über dem Raumbereich $\mathcal{B}:\ 9 \le x^2+y^2+z^2 \le 81 \ \wedge\ \sqrt{3x^2+3y^2} \le z$.

2. **Prüfung am** 5. **Juni** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\mathbf{P})$

1. Definition des Ranges einer reellen Matrix. Wie groß kann der Rang einer 3×5 Matrix höchstens sein?
2. Hinreichende Bedingung der Existenz einer $k-$parametrischen Lösung eines inhomogenen linearen Gleichungssystem.
3. Abel-Satz von Potenzreihen.
4. Definition einer Leibnitz-Reihe.
5. Definition und Berechnung des Gradienten.

Aufgaben $(5 \times 8\mathbf{P})$

1. Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der linearen Abbildung $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -2 \end{bmatrix}$. Was ist die Dimension des Bildraumes? (Warum?)
2. Berechnen Sie den Rang der reellen Matrix $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} p & 3p & p \\ p+1 & 1 & p \\ 2p & 4+p & p \end{bmatrix}$.

   Für welchen Wert von p ist $\mathbf{M}$ regulär?
3. Ist $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{n!}$ divergent, absolut konvergent oder bedingt konvergent? Wenn es konvergent ist, berechnen Sie den Betrag der Reihe mit Hilfe einer Potenzreihe. Dann approximieren Sie den genauen Wert mit S_3, und führen Sie eine Fehlerabschätzung durch.
4. Schreiben Sie die Taylorsche Reihe von $f(x) = \frac{3x^3-6x^2}{4-x^2}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ auf. Was ist der Konvergenzradius? Wo stellt die Reihe die Funktion dar?
5. Integrieren Sie $f(x;\, y) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$ über dem Raumbereich $\mathcal{B}:\ 9 \le x^2+y^2+z^2 \le 81 \ \wedge\ \sqrt{3x^2+3y^2} \le z$.