

2. Testaufgabe - MUSTER

$$\textcircled{1} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 3/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1/2 & 0 & 3/2 \end{bmatrix} \quad \lambda_1 = \lambda_2 = 2 \\ \lambda_3 = 1$$

$$\underline{v}_1 = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \{ \underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3 \} = \underline{A} \text{diag} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Geom.: Streckung auf $\sim$ 2-fache parallel
mit $\sim$ Richtung $\underline{v}_1$, UND
Streckung " " " "
" " " "
 $\underline{v}_2$

$$\textcircled{2} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{n+1} = \textcircled{6}$$

Abs. konv.? $|a_n| = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \geq \frac{1}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^+$

$$\underbrace{\sum_0^{\infty} |a_n|}_{\text{auch div.}} \geq \underbrace{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}}_{\text{div., minorierende, pos. num. Reihe}}$$

V.Kr.

$\Rightarrow \textcircled{6}$ NICHT ABS. KONV.

2) (FORTSETZUNG)

Leibnitz? $|a_{n+1}| \stackrel{?}{\leq} |a_n|$

$$\frac{\sqrt{n+1}}{n+2} \stackrel{?}{\leq} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$$

$$\sqrt{n+1} \cdot (n+1) \stackrel{?}{\leq} \sqrt{n} (n+2)$$

$$(n+1)(n^2+2n+1) \stackrel{?}{\leq} n(n^2+4n+4)$$

$$n^3+3n^2+3n+1 \stackrel{?}{\leq} n^3+4n^2+4n$$

$$0 \stackrel{?}{\leq} n^2 + 1n - 1$$

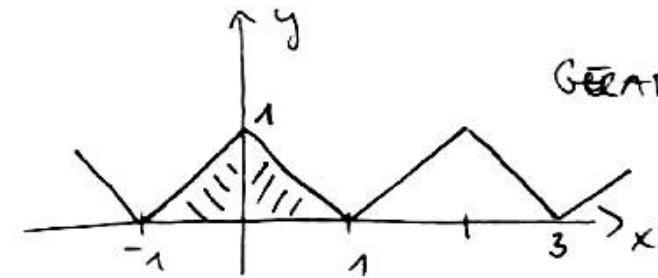
$$\forall n \in \mathbb{N}^+ \quad |a_{n+1}| < |a_n|$$

$|a_n| \downarrow 0$ + alternierende Reihe

$\Rightarrow$ Leibnitz-Reihe
Def.

Leibnitz-Reihen sind konv.,
also $\textcircled{6}$ ist BEDINGT KONV.

$$\textcircled{3} f(x) = \begin{cases} x+1 & [-1; 0] \\ -x+1 & [0; 1] \end{cases} \quad \begin{matrix} 2L=2 \\ L=1 \end{matrix}$$



GERADE FUNKT.!
 $b_k = 0 \quad \forall k \in \mathbb{Z}^+$

$$a_0 = \frac{1}{1} \cdot 2 \cdot \int_0^1 (-x+1) dx = 1 \Rightarrow \frac{a_0}{2} = \frac{1}{2}$$

$$a_k = \frac{1}{1} \cdot 2 \cdot \int_0^1 \underbrace{(-x+1)}_{u=-1} \cdot \underbrace{\cos\left(k \cdot \frac{\pi}{1} \cdot x\right)}_{v=\frac{\sin(k\pi x)}{k\pi}} dx =$$

$$= 2 \cdot \left(\underbrace{\left[\frac{(-x+1) \cdot \sin(k\pi x)}{k\pi} \right]_0^1}_{\equiv 0} + \frac{1}{k\pi} \int_0^1 \sin(k\pi x) dx \right)$$

$$= \frac{2}{k\pi} \cdot \left[\frac{-\cos(k\pi x)}{k\pi} \right]_0^1 = \frac{-2}{k^2 \pi^2} \cdot \underbrace{(\cos(k\pi) - 1)}_{(-1)^k}$$

$\frac{1}{2}$ ungerade $\rightarrow -2$
 $\frac{1}{2}$ gerade $\rightarrow 0$

$$a_k = \begin{cases} \frac{4}{k^2 \pi^2} & k \text{ ungerade} \\ 0 & k \text{ gerade} \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \cdot \cos(\pi x) + \frac{4}{9\pi^2} \cdot \cos(3\pi x) + \frac{4}{25\pi^2} \cos(5\pi x)$$

$$\textcircled{4} f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^3}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^3}{4}}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \left(\frac{-x^3}{4} \right) \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{n} \cdot \frac{(-1)^n \cdot x^{3n}}{4^n}$$

oder $\binom{-\frac{1}{2}}{n} = \dots \dots \dots$ usw.

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1) \cdot (-1)^n}{2 \cdot 2^n \cdot 4^n} \cdot x^{3n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^{3n+1}} \cdot x^{3n}$$

$$\left| \frac{x^3}{4} \right| < 1 \Leftrightarrow |x|^3 < 4 \Leftrightarrow |x| < \sqrt[3]{4}$$

$$KR = \sqrt[3]{4} \quad \text{Int KB} =]-\sqrt[3]{4}; \sqrt[3]{4}[$$