Testaufgabe 2, **Muster, April** 2025.

1. [5 P] Diagonalisieren Sie die **A** Matrix. Welche geometrischen Transformationen stecken hinter dieser Matrix?

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

2. [5 P] Prüfen Sie die Konvergenz/Divergenz der folgenden numerischen Reihe. Untersuchen Sie, ob es eine Leibniz-Reihe ist. Ist es absolut konvergent? Oder bedingt konvergent?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{n+1}$$

3. [4 P]

$$f(x) := \begin{cases} x+1 & x \in [-1;\, 0[\\ -x+1 & x \in [0;\, 1[\end{cases}$$

Und sei $f(x + \tilde{k} \cdot 2) = f(x)$, $\tilde{k} \in \mathbb{Z}$.
Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der Funktion. Schreiben Sie auch die ersten vier Glieder der Reihe auf. An welchen Stellen stellt die Reihe die Funktion dar?

4. [4 P] Ermitteln Sie die Potenzreihe der Funktion $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4 - x^3}}$ um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Berechnen Sie den Konvergenzbereich (prüfen Sie die Konvergenz/ Divergenz in den Randpunkten jetzt nicht) und den Konvergenzradius.

5. [2 P] Definiren Sie die partielle Ableitung einer $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ Funktion nach der zweiten Variablen in einem $(x_0;\, y_0) \in Int\mathcal{D}_f$ Punkt.