4. **Prüfung am** 19. **Juni** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Rekursive Definition der Determinanten.
2. Wie berechnet man die Inverse einer Matrix mit einer geschlossenen Formel?
3. Das Vergleichskriterium für positive numerische Reihen.
4. Definition der Richtungsableitung einer $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in einem $\mathbf{x}_0 \in Int\mathcal{D}_f$ Punkt.
5. Was bedeutet die Additivität des Doppelintegrals bezüglich des Integrationsbereiches?

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren, dann diagonalisieren Sie die Matrix: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$.
2. Zeigen Sie, dass die folgende Reihe absolut konvergent ist. Dann approximieren Sie den Betrag $(S \approx S_N)$ mit dem Fehler $F_N < 0,01$. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{5}{3^k + 1}$
3. Was ist die Grenzfunktion und Konvergenzbereich von $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$?

   Berechnen Sie den Betrag von $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n \cdot 3^n}$.
4. Sei $f(x,y) = y^2 \cdot \ln(x^2+1) - \frac{xy+y^2}{x+1}$, $P(0;\,2)$, $\mathbf{v} = (2;\,3)$. Schreiben Sie die Einheitsflächennormale von $z = f(x,y)$ und die Gleichung der Tangentialebene im Punkt P auf. Was ist die Richtungsableitung von f im Punkt P nach Richtung $\mathbf{v}$?
5. Berechnen Sie die Masse der dünnen (beschränkten) Platte in der $xy-$Ebene, die von den Kurven $x^2 + y^2 = 25$, $x + y = 5$ und $y = 0$ berandet ist, wenn die Massenverteilungsfunktion $\mu(x;y) = y$ ist.

4. **Prüfung am** 19. **Juni** 2025.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

Theorie $(5 \times 4\text{P})$

1. Rekursive Definition der Determinanten.
2. Wie berechnet man die Inverse einer Matrix mit einer geschlossenen Formel?
3. Das Vergleichskriterium für positive numerische Reihen.
4. Definition der Richtungsableitung einer $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in einem $\mathbf{x}_0 \in Int\mathcal{D}_f$ Punkt.
5. Was bedeutet die Additivität des Doppelintegrals bezüglich des Integrationsbereiches?

Aufgaben $(5 \times 8\text{P})$

1. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren, dann diagonalisieren Sie die Matrix: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$.
2. Zeigen Sie, dass die folgende Reihe absolut konvergent ist. Dann approximieren Sie den Betrag $(S \approx S_N)$ mit dem Fehler $F_N < 0,01$. $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{5}{3^k + 1}$
3. Was ist die Grenzfunktion und Konvergenzbereich von $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$?

   Berechnen Sie den Betrag von $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n \cdot 3^n}$.
4. Sei $f(x,y) = y^2 \cdot \ln(x^2+1) - \frac{xy+y^2}{x+1}$, $P(0;\,2)$, $\mathbf{v} = (2;\,3)$. Schreiben Sie die Einheitsflächennormale von $z = f(x,y)$ und die Gleichung der Tangentialebene im Punkt P auf. Was ist die Richtungsableitung von f im Punkt P nach Richtung $\mathbf{v}$?
5. Berechnen Sie die Masse der dünnen (beschränkten) Platte in der $xy-$Ebene, die von den Kurven $x^2 + y^2 = 25$, $x + y = 5$ und $y = 0$ berandet ist, wenn die Massenverteilungsfunktion $\mu(x;y) = y$ ist.