

1. Prüfung am 30. Mai 2024.

(Erforderlich sind 24 Punkte, und mindestens eine gute Lösung aus der Theorie.)

1. Theorie ($5 \times 4\text{P}$)

1. Rekursive Definition der Determinanten.
2. Definition des Eigenwertes und Eigenvektors einer Matrix.
3. Zusammenhang zwischen der totalen und partiellen Differenzierbarkeit einer Funktion mehrerer Veränderlicher.
4. Das Cauchy-(Konvergenz)Kriterium für numerische Reihen.
5. Wie integriert man eine zweivariable f Funktion auf einem y -Normalbereich?

2. Aufgaben ($5 \times 8\text{P}$)

1. Schreiben Sie die Inverse der $\mathbf{A}$ Matrix auf. Ist die Matrix diagonalisierbar?

Bestimmen Sie den Eigenraum zum größten Eigenwert. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. Berechnen Sie die Fourier-Koeffizienten und die ersten drei (nicht Null) Glieder der Fourier-Reihe der Funktion:

$$f(x) = 2x \quad x \in [-1; 1[\quad \wedge \quad f(x + 2k) = f(x), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Welchen Wert stellt die Fourier-Reihe im Punkt $x = 1$ dar?

3. Führen Sie den Extremwerttest der folgenden Funktion durch.

$$f(x; y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2$$

4. Sei $f(x; y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3y^3}{2x^2 + y^2} & (x; y) \neq (0; 0) \\ 0 & (x; y) = (0; 0) \end{cases}$

Zeigen Sie mit Hilfe der Polarkoordinaten, dass die Funktion auch im Ursprung stetig ist. Berechnen Sie auch die beiden partiellen Ableitungen in $(0; 0)$ mit der Definition (wenn sie existieren).

5. Integrieren Sie $f(x; y) = x^2 - 2xy$ auf dem beschränkten $\mathcal{B} \subseteq \mathbb{R}^2$ Bereich, der durch $y = 4 - x^2$ und $y = -3x$ berandet ist.