

Elméleti kérdések (4 × 3p= 12 pont)

1. Mit nevezünk egy (valós) polinom gyökének?
2. Mikor mondjuk, hogy egy valós számsorozat $+\infty$ -be tart (divergál)?
3. Lokális maximum létezésének egy elégséges feltétele deriválható függvényeknél (az első derivált segítségével).
4. A lineáris helyettesítéses integrálás technikája.

Feladatok (48 pont)

1. (8 p) Határozza meg a következő egyenlőtlenség megoldáshalmazát. Ne feledkezzen el az alaphalmazról.

$$\sqrt{x+1} < \frac{1}{2}x - 1$$

2. (8 p) Találja meg a polinomok összes valós gyökét, és alakítsa szorzattá a polinomot a valós számok halmazán.

$$x^4 - x^2 - 12$$

3. (6 + 2 p)

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n-1} - \sqrt{2n+1}}{\sqrt{n}} =? \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{4x} =?$$

4. (8 p) Végezze el a függvény teljes függvényvizsgálatát.

$$f(x) = e^{-x^2}$$

5. (4 + 4 p) Számítsa ki a határozatlan integrálokat.

$$(a) \int x \cdot \sin(x^2) dx =? \quad (b) \int x \cdot \cos(x) dx =?$$

6. (8 p) Számítsa ki a két függvénygrafikon által közrezárt korlátos síkidom területét.

$$f(x) = 2x^2 + 1 \quad \text{és} \quad g(x) = 7x + 5$$