

2. vizsga, 2024. június 3.

**Elméleti kérdések (4 × 3p= 12 pont)**

1. Mit mond ki az algenra alaptétele?
2. Mikor mondjuk, hogy egy valós függvény egy  $x_0 \in \mathbb{R}$  pontban a  $-\infty$ -be tart (divergál)?
3. Definiálja egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény primitív függvényét.
4. Hogyan lehet határozott integrállal kiszámítani egy forgástest palástjának felszínét?

**Feladatok (48 pont)**

1. (8 p) Találja meg a polinomok összes valós gyökét, és alakítsa szorzattá a polinomot a valós számok halmazán.

$$x^4 + x^3 - x^2 - 10x$$

2. (8 p) Vizsgálja meg a valós számsorozatot monotonitás és korlátosság szempontjából. Írja fel a sorozat infimumát, szuprémumát, minimumát, maximumát, ha létezik.

$$a_n = \frac{n+4}{3-n} - 3 \quad n \geq 4$$

3. (8 p) Határozza meg a függvény szakadási helyeit és azok fajait. Hol folytonos a függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\} \\ \frac{\pi}{2} & \text{ha } x \in \{0; 1\} \end{cases}$$

4. (8 p) Végezze el a függvény teljes függvényvizsgálatát:  $f(x) = \frac{2}{1+e^x}$

5. (4 + 4 p) Számítsa ki a határozatlan integrálokat.

(a)  $\int (x+1) \cdot \ln(x) dx = ?$

(b)  $\int \frac{x}{x^2-1} dx = ?$

6. (8 p) Számítsa ki a függvénygrafikon és az  $x$ -tengely által közrezárt korlátos síkidom területét.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$