

**Elméleti kérdések (4 × 3p= 12 pont)**

1. Mikor mondjuk, hogy egy valós számsorozat konvergál az  $A$  számhoz?
2. Mondja ki a valós számsorozatokra vonatkozó rendőr-elvet.
3. Lokális minimum, illetve lokális maximum definíciója egy  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény esetén egy  $x_0$  pontban.
4. A derivált homogén, illetve lineáris tulajdonsága.

**Feladatok (48 pont)**

1. (8 p) Írja fel az alábbi számtani sorozat 1. tagját és az általános tagot. Vizsgálja meg, hogy alulról, ill. felülről korlátos-e a sorozat, írja fel a szuprémumát, infimumát, ha létezik.  $a_3 = 100$  és  $d = -10$
2. (8 p) Határozza meg a szakadási helyeket és azok típusait. Hol folytonos a függvény?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x - 7}{2x^2 + 3x + 1} & x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -0,5\} \\ 8 & x = -1 \text{ ill. } x = -0,5 \end{cases}$$

3. (8 p) Legyen  $y = y(x)$  implicit alakban adva. Ellenőrizze, hogy a megadott  $P$  pont rajta van-e az egyenlőséggel megadott görbén, s ha igen, írja fel az érintő egyenletét az adott pontban.

$$x^2 + 3y^2 = 4 \quad P(1; -1)$$

4. (8 p) Végezze el az alábbi függvények konvexitás és inflexióspont vizsgálatát. (Ne felejtse az értelmezési tartomány meghatározásával kezdeni a feladatmegoldást.)

$$g(x) = \log_2(5x + 1)$$

5. (4 + 4 p) Számítsa ki a határozatlan integrálokat.

$$(a) \int \sqrt{6x - 1} dx = ?$$

$$(b) \int \frac{3x - 2}{x^2 + 4x + 3} dx = ?$$

6. (8 p) Határozza meg a függvénygörbe adott intervallum feletti darabjának  $x$ -tengely körüli megforgatásával kapott forgástest térfogatát.

$$f(x) = \sin(x) \quad x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$