# 7. – 8. heti gyakorló feladatok

## Egyváltozós valós függvények $\pm\infty-$beli limesze; $\dfrac{\sin(x)}{x}-$es példák; szakadási helyek és típusaik

1. Vizsgálja meg a függvények $+\infty-$ vagy $-\infty-$beli limeszét. (Most nem kell meghatározni az értelmezési tartományt.)

(a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^5-3x^3-2x+1}{x^2+8x+7}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x^5-3x^3-2x+1}{x^2+8x+7}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{4x^6-2x^5-x^2-x+1}{x^5-x^2+8x+7}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{-9x^6-2x^5+3x^2-x+1}{x^5-x^2+8x+7}$

(e) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+3x^2-x+1}{2x^2+8x+7}$

(f) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2+8x+7}{x^4+3x^2-x+1}$

(g) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3-x^2+7}{-x^3+x^2-7x}$

(h) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+7}{2x-1}\right)^{3x}$

(i) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x-1}{x+4}\right)^{5x}$

(j) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-3}\right)^{x^2}$

(k) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2+6}\right)^{x+3}$

(l) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x+3}\right)$

(m) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}x\cdot\left(\sqrt{x^2+10}-x\right)$

2. Vezesse vissza a problémát a $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}$ határértékre, és számolja ki az eredményt.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{8x}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin 9x}{x}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin 2x}{3x}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin x^2}{11x}$

(e) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sin 2x}{\sin 9x}$

(f) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\mathrm{tg}2x}{6x}$

(g) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\mathrm{tg}2x}{\mathrm{tg}3x}$

(h) $\displaystyle\lim_{x\to0}x\cdot\mathrm{ctg}(5x)$

3. Határozza meg a szakadási helyeket és azok típusait.

(a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-6x-7}{2x^2+3x+1} & x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;-0,5\}\\ 8 & x=-1 \text{ ill. } x=-0,5\end{cases}$

(b) $g(x)=\dfrac{\sin x}{|x|}$

4. Meg lehet-e szüntetni a szakadást az $a$ ill. $b$ paraméter megválasztásával?

(a) $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ a & x = 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + x - 6}{2x - 4} & x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \\ a & x = 2 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - 2}{x^2 + x - 6} & x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\} \\ a & x = -3 \\ b & x = 2 \end{cases}$