

## Mintavizsga 2., 2024.

### Elméleti kérdések (4 × 3p = 12 pont)

1. Fogalmazza meg a Bolzano-Weierstrass tételt. (Kiválasztási tételt.)
2. Mikor mondjuk, hogy egy valós számsorozat konvergál az  $A$  számhoz?
3. Az inflexiós pont definíciója.
4. Mondja ki a Rolle-féle középértéktételt.

### Feladatok (6 + 8 + 8 + 10 + 8 + 8 = 48 pont)

1. Oldja meg a valós számok halmazán:

$$\sin(2x - 1) \geq \frac{1}{2}$$

2. Mutassa meg teljes indukcióval, hogy az alábbi egyenlőség minden pozitív természetes számra igaz:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}{\frac{1}{2} - 1}$$

3. Az első négy tag alapján határozza meg a mértani sorozat kvóciensét, ötödik tagját, illetve az általános tagot ( $a_n$ ).

$$20; -10; 5; -2,5 \dots$$

4. Végezze el a függvény teljes függvényvizsgálatát.

$$f(x) = \frac{x - 1}{e^x}$$

5. Számítsa ki a határozatlan integrálokat.

$$(a) \int \ln(x^2) dx = ?$$

$$(b) \int (5x^3 + 30x)^4 \cdot (x^2 + 2) dx = ?$$

6. Számítsa ki a két függvénygrafikon által közrezárt korlátos síkidom területét.

$$f(x) = 2x^2 + 1 \quad \text{és} \quad g(x) = 7x + 5$$