

Feladatok

1.) Vizsgáljuk a sorozat korlátosságát, monotonitását, konvergenciáját!

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

(6 pont)

2.) Számolja ki az alábbi függvényhatárértékeket!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{1-3x} \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x)}{x}$$

(3+4 pont)

3.) Írja fel az $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + e^{2x}$ függvény $x_0 = 1$ pontbeli érintőjét!

(7 pont)

4.) Végezze el az $f(x) = (x+1)e^{2x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát!

(10 pont)

5.) Számítsa ki az alábbi integrálokat!

$$a) \int \frac{3x-1}{(x-1)(x^2+1)} dx \quad b) \int \cos(\sqrt{x}) dx$$

(4+4 pont)

6.) Számítsa ki az $f(x) = e^{x/4}$ függvény $x \in [-1, 1]$ darabjának x-tengely körüli megforgatásával létrejött forgástest térfogatát! (7 pont)

Elmélet

1.) Mondja ki Bézout-tételét! (5 pont)

2.) Milyen tételt ismer egy függvény pontbeli folytonossága és deriválhatósága közötti összefüggésre? (5 pont)

3.) Fogalmazza meg a lokális szélsőérték létezésére vonatkozó szükséges feltételt! Írjon példát olyan függvényre, mely eleget tesz a feltételnek egy pontban, de ott nincsen szélsőértéke! (5 pont)