1. Gyakorlat
Középiskolai ismeretek ismétlése.

F1. (Halmazműveletek). Lássuk be, hogy a következő halmazok esetén teljesül, hogy $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{C}$, $\mathbf{A} \neq \mathbf{C}$, $\mathbf{B} \cup \mathbf{C} = \mathbf{C}$, $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{2, 10\}$, ahol

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 10\}, \quad \mathbf{B} = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x > 1\}, \quad \mathbf{C} = \{x \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 \geq 1\}.$$

F2. (Egyenletek megoldása). Oldjuk meg $\mathbb{R}$-en a következő egyenleteket és szemléltessük megoldáshalmazukat a számegyenesen:

$$(a) \quad x + 2 = \sqrt{4x + 13}, \qquad (b)\ \textbf{(Hf)} \quad 3x = \sqrt{x + 3} + 1$$

$$(c) \quad \left|\frac{3x + 2}{x - 1}\right| = 3, \qquad (d)\ \textbf{(Hf)} \quad \left|\frac{x + 5}{2}\right| = 1.$$

F3. (Abszolútértékes egyenlőtlenség megoldása). Oldjuk meg $\mathbb{R}$-en a következő egyenlőtlenséget, és szemléltessük a megoldáshalmazt a számegyenesen:

$$(a) \quad \left|\frac{x + 2}{2}\right| \leq 3, \qquad (b)\ \textbf{(Hf)} \quad \left|\frac{2x + 5}{3}\right| \geq 1.$$

F4. (Egyenlőtlenségrendszer felírása). Írjunk fel olyan egyenlőtlenségrendszert, melynek megoldáshalmaza az $\mathbf{A}(0, 0)$, $\mathbf{B}(0, 5)$ és $\mathbf{C}(1, 3)$ csúcspontú háromszög belseje!

F5. (Körök és parabolák ábrázolása). Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre az alábbi egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek

$$x^2 + y^2 + 2y < 3 \qquad \text{és} \qquad y^2 < x + 2.$$

F6. (Hf) Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre az alábbi egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek

$$x^2 + y^2 \geq 4 \qquad \text{és} \qquad y < x^2 + 1.$$

Opcionális(ha marad idő)

F7. (Teljes indukció). Bizonyítsuk be teljes indukcióval minden $n > 0$ egész számra, hogy

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

F8. (Indirekt bizonyítás). Igazoljuk, hogy $\sqrt{5}$ irracionális szám.