3. Gyakorlat
Függvények globális tulajdonságai.

F1. (Függvények értelmezési tartománya). Adjuk meg a valós számoknak azt a lehető legbővebb részhalmazát, amelyen a következő kifejezés értelmezhető:

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{3x+2} \cdot \log_{\frac{1}{3}} |2x-1|.$$

F2. (Függvénykompozíció I). Írjuk fel az $f \circ g$ és a $g \circ f$ kompozíciót a következő függvények esetében:

(a) $f(x) = 1 - x^2 \quad (x \in \mathbb{R}), \qquad g(u) = \sqrt{u} \quad (u \geq 0),$

(b) $f(x) = x^2 \quad (x \in \mathbb{R}), \qquad g(u) = 2^u \quad (u \in \mathbb{R}).$

F3. (Függvénykompozíció II). Mely két függvény kompozíciója az alábbi függvények?

$$(a) \quad e^{x^2}, \qquad (b) \quad \sin^2(x), \qquad (c) \quad \ln(\ln(x)).$$

F4. (Invertálhatóság vizsgálata). Bizonyítsuk be, hogy az alábbi függvény nem invertálható.

$$f(x) = |x^2 - 7x + 12|.$$

F5. (Inverz számítása) Invertálhatóak-e az alábbi függvények? Ha igen, állítsuk elő az inverz függvényt!

(a) $f(x) = \dfrac{x-2}{2x+3} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\},$

(b) **(Hf)** $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{2\},$

(c) $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) - 7 \quad x \in (0, \pi),$

(d) **(Hf)** $f(x) = \sqrt[3]{27 - x^3}.$

Opcionális(ha marad idő)

F6. Állapítsuk meg, hogy az adott függvények közül melyek párosak, páratlanok vagy egyik tulajdonságot sem teljesítik!

(a) $f(x) = \dfrac{5x}{x^2 - 1},$

(b) $f(x) = x^{-5} \cdot \sin(x) + 3.$