7. Gyakorlat
Szélsőértékek, monotonitás

F1. (Monotonitás, szélsőérték.) Határozzuk meg az alábbi függvény monotonitási intervallumait, lokális szélsőértékhelyeit és lokális szélsőértékeit!

(a) $f(x) = \dfrac{x^3}{3x^2+1}, \qquad D_f = \mathbb{R},$

(b) $f(x) = x - \ln(1+x), \qquad D_f = (-1, +\infty),$

(c) **(Hf)** $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, \qquad D_f = \mathbb{R}.$

F2. (Globális szélsőértékek.) Határozzuk meg az adott intervallumon az alábbi függvények abszolút maximumát és minimumát (ha azok léteznek), és mondjuk meg azt is, hogy hol veszi fel a függvény a szélsőértékeket.

(a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, \qquad x \in [-1, 5],$

(b) $f(x) = 2x + \dfrac{200}{x}, \qquad x \in (0, +\infty),$

(c) **(Hf)** $f(x) = x^3 - 4x, \quad x \in [0, +\infty).$

F3. (Szöveges szélsőérték feladat) Határozzuk meg az R sugarú körbe írható maximális területű téglalap oldalainak hosszúságát és területét!

F4. (Szöveges szélsőérték feladat) Magyarországon a teljes lakosság 1 év alatt összesen 10^{13} forintnyi jövedelmet kap. Tudjuk, hogy ha a keresetek x%-át kellene jövedelemadóként befizetni, akkor a lakosság a befizetendő adó $\frac{x}{50}$-ed részét elcsalná (nem fizetné be). Ilyen feltételek mellett mekkorára kellene az adókulcsot állítani, hogy a lehető legtöbb pénz folyjon be?

F5. (Hf) Andri mézeskalácsot árul az adventi vásárban. Ha az előállításra darabonként x petákot költ, akkor darabját $6\sqrt{x}$ petákért tudja eladni. Mennyit költsön az előállításra, hogy a darabonkénti haszna maximális legyen?

Opcionális(ha marad idő)

F6. Egy futópályát építenek egy téglalap alakú focipálya körül úgy, hogy a focipálya két hosszabb oldala mentén egyenes, rövidebb oldala mentén félkörpályát alakítanak ki. A futópálya teljes hossza 400 méter lesz. Mekkora legyen a focipálya oldalainak hossza, hogy a területe maximális legyen?