

1. Gyakorlat

Középiskolai ismeretek ismételése

F1. (Halmazműveletek). Lássuk be, hogy a következő halmazok esetén teljesül, hogy $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{C}$, $\mathbf{A} \neq \mathbf{C}$, $\mathbf{B} \cup \mathbf{C} = \mathbf{C}$, $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{2, 10\}$, ahol

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 10\}, \quad \mathbf{B} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 1\}, \quad \mathbf{C} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \geq 1\}.$$

F2. (Egyenletek megoldása). Oldjuk meg $\mathbb{R}$ -en a következő egyenleteket és szemléltessük megoldáshalmazukat a számegyenesen:

$$\begin{array}{ll} (a) & x + 2 = \sqrt{4x + 13}, \\ (b) \text{ (Hf)} & 3x = \sqrt{x + 3} + 1 \\ (c) & \left| \frac{3x + 2}{x - 1} \right| = 3, \\ (d) \text{ (Hf)} & \left| \frac{x + 5}{2} \right| = 1. \end{array}$$

F3. (Abszolútértékes egyenlőtlenség megoldása). Oldjuk meg $\mathbb{R}$ -en a következő egyenlőtlenséget, és szemléltessük a megoldáshalmazt a számegyenesen:

$$(a) \quad \left| \frac{x + 2}{2} \right| \leq 3, \quad (b) \quad \left| \frac{2x}{3} + 5 \right| > 1.$$

F4. (Egyenlőtlenségrendszer grafikus megoldása). Írjunk fel olyan egyenlőtlenségrendszert, melynek megoldáshalmaza az $\mathbf{A}(0, 0)$, $\mathbf{B}(0, 5)$ és $\mathbf{C}(1, 3)$ csúcspontú háromszög belseje!

F5. (Körök és parabolák ábrázolása). Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre az alábbi egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek

$$x^2 + y^2 + 2y < 3 \quad \text{és} \quad y > x^2 - 2.$$

F6. (Hf) Vázlatosan ábrázoljuk azon pontok mértani helyét a síkon, melyekre az alábbi egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek

$$x^2 + y^2 \geq 4 \quad \text{és} \quad y < x^2 + 1.$$

Optionális(ha marad idő)

F7. (Teljes indukció). Bizonyítsuk be teljes indukcióval minden $n > 0$ egész számra, hogy

$$\sum_{k=1}^n 2k - 1 = n^2.$$

F8. (Indirekt bizonyítás). Igazoljuk, hogy $\sqrt{5}$ irracionális szám.