

4. Gyakorlat

Numerikus sorozatok

F1. (Korlátosság, monotonitás és konvergencia). Vizsgáljuk a sorozatok korlátosságát, monotonitását, konvergenciáját!

$$\begin{array}{ll} (a) & a_n = 3n + \frac{1}{n}, \\ (b) & b_n = \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 1}}, \\ (c) & c_n = \frac{2^{n+2} - 1}{5^n}, \\ (d)(\mathbf{Hf}) & d_n = \frac{1}{1 - 4^n}. \end{array}$$

F2. (Sorozatok határértéke). Számítsuk ki a határértékeket az ismert határértékek felhasználásával!

$$\begin{array}{ll} (a) & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n + \frac{1}{n}}{3n^5 - n^2 + 4}, \\ (b) & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n} - \sqrt{3n} + 2}{\sqrt[4]{2n} + \sqrt{n} - 1}, \\ (c) & \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n - 3} - \sqrt{n + 9}, \\ (d)(\mathbf{Hf}) & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n} - \sqrt{n + 3}}{2 - \sqrt{n}}, \\ (e) & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 3}{n + 1} \right)^{3n}, \\ (f) & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n} \right)^{n+2}, \\ (g)(\mathbf{Hf}) & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 1}{3n + 2} \right)^{2n}. \end{array}$$

F3. (Rendőr-elv). Számítsuk ki a határértékeket a Rendőr-elv alkalmazásával!

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n + 3}, \quad (b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n}, \quad (c)(\mathbf{Hf}) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2n)}{7n - 2}.$$