

3. Gyakorlat

Függvények globális tulajdonságai

F1. (Függvények értelmezési tartománya). Adjuk meg a valós számoknak azt a lehető legbővebb részhalmazát, amelyen a következő kifejezés értelmezhető:

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{3x+2} \cdot \log_{\frac{1}{3}} |2x-1|.$$

F2. (Függvénykompozíció I). Írjuk fel az $f \circ g$ és a $g \circ f$ kompozíciót a következő függvények esetében:

$$(a) f(x) = 1 - x^2 \quad (x \in \mathbb{R}), \quad g(u) = \sqrt{u} \quad (u \geq 0),$$

$$(b) f(x) = x^2 \quad (x \in \mathbb{R}), \quad g(u) = 2^u \quad (u \in \mathbb{R}).$$

F3. (Függvénykompozíció II). Mely két függvény kompozíciója az alábbi függvények?

$$(a) e^{x^2}, \quad (b) \sin^2(x), \quad (c) \ln(\ln(x)).$$

F4. (Invertálhatóság vizsgálata). Bizonyítsuk be, hogy az alábbi függvény nem invertálható.

$$f(x) = |x^2 - 7x + 12|.$$

F5. (Inverz számítása) Invertálhatóak-e az alábbi függvények? Ha igen, állítsuk elő az inverz függvényt!

$$(a) f(x) = \frac{x-2}{2x+3} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\},$$

$$(b) \text{ (Hf) } f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{2\},$$

$$(c) f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 7 \quad x \in (0, \pi),$$

$$(d) \text{ (Hf) } f(x) = \sqrt[3]{27 - x^3}.$$

Opcionális(ha marad idő)

F6. Állapítsuk meg, hogy az adott függvények közül melyek párosak, páratlanok vagy egyik tulajdonságot sem teljesítik!

$$(a) f(x) = \frac{5x}{x^2 - 1},$$

$$(b) f(x) = x^{-5} \cdot \sin(x) + 3.$$