

## 4. Gyakorlat

### Numerikus sorozatok

**F1. (Korlátosság, monotonitás és konvergencia).** Vizsgáljuk a sorozatok korlátosságát, monotonitását, konvergenciáját!

$$(a) \quad a_n = 3n + \frac{1}{n},$$

$$(b) \quad b_n = \frac{3n}{\sqrt{n^2 + 1}},$$

$$(c) \quad c_n = \frac{2^{n+2} - 1}{5^n},$$

$$(d)(\mathbf{Hf}) \quad d_n = \frac{1}{1 - 4^n}.$$

**F2. (Sorozatok határértéke).** Számítsuk ki a határértékeket az ismert határértékek felhasználásával!

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 6n + \frac{1}{n}}{3n^5 - n^2 + 4},$$

$$(b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{n} - \sqrt{3n} + 2}{\sqrt[4]{2n} + \sqrt{n} - 1},$$

$$(c) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4n - 3} - \sqrt{n + 9},$$

$$(d)(\mathbf{Hf}) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n} - \sqrt{n + 3}}{2 - \sqrt{n}},$$

$$(e) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n - 3}{n + 1} \right)^{3n},$$

$$(f) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{2}{n} \right)^{n+2},$$

$$(g)(\mathbf{Hf}) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n - 1}{3n + 2} \right)^{2n}.$$

**F3. (Rendőr-elv).** Számítsuk ki a határértékeket a Rendőr-elv alkalmazásával!

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n + 3},$$

$$(b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n},$$

$$(c)(\mathbf{Hf}) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2n)}{7n - 2}.$$