1. zh pótlása – MEGOLDÁSOK 2023 dec. 13.

1.)
$$\left|1+\frac{2x-5}{3}\right| < 1$$
$$-1 < 1+\frac{2x-5}{3} < 1$$
$$-2 < \frac{2x-5}{3} < 0$$
$$-6 < 2x-5 < 0$$
$$-1 < 2x < 5$$
$$-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$$
$$x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

2.) $x^4+x^3+x^2-x-2$

lehetséges gyökök

$\pm 1, \pm 2$

$x_1 = 1$

$1^4+1^3+1^2-1-2=0$

$x_2=-1$

$(-1)^4+(-1)^3+(-1)^2-(-1)-2=$

$=1-1+1+1-2=0$

$$x^4+x^3+x^2-x-2 : (x^2-1) = x^2+x+2$$
$$\begin{array}{l} x^4 \quad\;\; - x^2 \\ \hline \quad x^3+2x^2-x-2 \\ \quad x^3 \qquad\;\; -x \\ \hline \qquad 2x^2-2 \\ \qquad 2x^2-2 \\ \hline \qquad\quad 0 \end{array}$$

$x^2+x+2=0$

$x_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot2}}{2}$

nincsenek további gyökök

$$x^4+x^3+x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x^2+x+2)$$

3.) $D_f=[4,\infty)$ $(x-4\geq 0)$

$x_1 \neq x_2 \in D_f$

$\sqrt{x_1-4}+1=\sqrt{x_2-4}+1$

$\sqrt{x_1-4}=\sqrt{x_2-4}$ $\quad \sqrt{x}$ szig. mon. „növő"

$x_1-4=x_2-4$

$x_1=x_2$ ↯ injektív

Inverz:

$y=\sqrt{x-4}+1$

$y-1=\sqrt{x-4}$ ha $(y-1)\geq 0$, $y\geq 1$

$y^2-2y+1=x-4$

$y^2-2y+5=x$ ahol $y\geq 1$

$f^{-1}(x)=x^2-2x+5$

4.)
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}-\sqrt{n+3}}{2-\sqrt{n}} = \text{„}\frac{\infty-\infty}{-\infty}\text{"} = \lim_{n\to\infty}\frac{n-(n+3)}{2-\sqrt{n}}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+3}} =$$
$$= \lim_{n\to\infty}\frac{-3}{\underbrace{(2-\sqrt{n})}_{\to-\infty}\underbrace{(\sqrt{n}+\sqrt{n+3})}_{\to\infty+\infty=\infty}} = \frac{-3}{-\infty\cdot\infty} = \underline{\underline{0}}$$

VAGY
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}-\sqrt{1+\overset{\to 0}{3/n}}}{\underset{\to 0}{2/\sqrt{n}}-\sqrt{1}} = \frac{1-1}{0-1} = \frac{0}{-1} = 0$$