9. Gyakorlat
Többváltozós függvények deriválása

F1. Határozzuk meg az alábbi függvények elsőrendű parciális deriváltjait.

(a) $f(x, y) = x^3 - 5x^2y - xy + 3y^6 - 1$,

(b) $f(x, y) = e^{x^2+y^3}$,

(c) $f(x, y, z) = xe^{-y}\mathrm{tg}(z)$.

F2. (Hf) Számítsuk ki az $f(x, y) = \mathrm{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$ függvény elsőrendű parciális deriváltjait.

F3. Írjuk fel az adott pontban az alábbi felületek érintősíkját.

(a) $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2; \quad P(1, -2)$,

(b) $f(x, y) = x\ln(x + y); \quad P(-2, 3)$.

F4. (Hf) Írjuk fel az $f(x, y) = \dfrac{\sqrt{x-2}}{e^{y-1}}$ függvény érintősíkját a $P(3, 1)$ pontban.

F5. Számítsuk ki az alábbi kétváltozós függvények iránymenti deriváltját az adott pontban.

(a) $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^2 + 15 \quad P(3, 2); \quad \mathbf{v} = (2, -4)$,

(b) $f(x, y) = \mathrm{tg}(2x + y) \quad P\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right); \quad \varphi = 225°$.

F6. Az $f(x, y) = \dfrac{y^3}{e^{2x+1}}$ képlettel megadott felületre a $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ pont fölött egy vízcseppet ejtünk. Merre fog elindulni? Mekkora az adott pontban a maximális meredekség?

F7. (Hf) Legyen $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4y}$. Számítsuk ki a $P(4, 3)$ pontban az iránymenti derivált minimumát és maximumát.

Opcionális(ha marad idő)

F8. Az $f(x, y) = \ln(xy)$ felületnek mely pontjában lesz az érintősík párhuzamos az $x+y+z = 1$ egyenletű síkkal?