5. Gyakorlat
Determináns, inverz, mátrixegyenletek

F1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsát.

$$a)\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad b)\ \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \qquad c)\ \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 10 & 7 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

F2. (Hf) Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

F3. A p valós paraméter függvényében számoljuk ki az alábbi mátrix determinánsát. A paraméter mely értékére lesz a mátrix szinguláris?

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 9 \\ -1 & 3 & -5 \\ 3 & -9 & p \end{pmatrix}$$

F4. Számítsuk ki a Gauss-Jordan módszerrel és az adjungált mátrix segítségével is az alábbi mátrix inverzét.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -4 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

F5. Határozza meg az összes olyan $\mathbf{X}$ mátrixot, amelyre

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} + 6 \cdot \mathbf{X}$$

teljesül, ahol

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & 1 & -2 \\ -4 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -4 & -10 & -2 \\ -1 & -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

F6. (Hf) Határozza meg az összes olyan $\mathbf{X}$ mátrixot, amelyre

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}.$$

teljesül, ahol

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$