

6. Gyakorlat

Cramer-szabály, rang és lineáris egyenletrendszerek

F1. Oldjuk meg Cramer-szabállyal a következő egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}3x + 2y + z &= 7 \\2x - y - 3z &= -4 \\-x + 3y + 5z &= 10\end{aligned}$$

F2. Oldjuk meg a fenti egyenletrendszert az együtthatómátrix invertálásával is!

F3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss-eliminációval.

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= -1 \\2x - y + 2z &= -4 \\4x + y + 4z &= -2\end{aligned}$$

F4. (Hf) Oldjuk meg a fenti egyenletrendszert az együtthatómátrix invertálásával és a Cramer-szabály segítségével is!

F5. Határozzuk meg az alábbi mátrix rangját.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

F6. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss-eliminációval. Mi történik, ha az utolsó egyenlet jobb oldalán 0 szerepel? Van-e megoldás, ha mindhárom egyenlet jobb oldala 0?

$$\begin{aligned}x + 9y - 5z &= 1 \\3x + 5y - z &= 1 \\x - 2y + 2z &= 2\end{aligned}$$

Opcionális(ha marad idő)

F7. Hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül?

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$