

Feladatok

1.) Számítsa ki az alábbi improprius integrált!

$$\int_1^{\infty} x \cdot e^{-x} dx \quad (7 \text{ pont})$$

2.) Írja fel a $\mathbf{v}_1 = (2, 2, -3)$ és $\mathbf{v}_2 = (1, -1, 0)$ vektorokkal párhuzamos, a $P(-2, 4, 1)$ ponton átmenő sík egyenletét! Milyen távol van a síktól a $Q(1, 5, 1)$ pont? (6 pont)

3.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait Gauss-elimináció segítségével!

$$\begin{aligned} 3x - y + 3z - u &= 1 \\ -2x - 2y + 3u &= -1 \\ x - 2y + z + u &= 0 \end{aligned} \quad (7 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg a mátrix sajátértékeit és sajátvektorait. Adjon meg a sajátvektorokból álló bázist. Diagonalizálja a mátrixot.

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}. \quad (10 \text{ pont})$$

5.) Számítsa ki az $f(x, y) = x \ln(x+2y) - 1$ kétváltozós függvény gradiensét a $P(-1, 1)$ pontban, majd írja fel itt az érintősík egyenletét! Állapítsa meg itt a $\mathbf{v} = (3, -4)$ irányban vett iránymenti deriváltat is! (8 pont)

6.) Írja fel az alábbi sor részletösszeg-sorozatát, konvergens-e a sor? Ha igen, akkor mi lesz a sor összege?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n+2} + 3^{n-1}}{5^{n+1}} \quad (7 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, melynek adott egy pontja $A(a_x, a_y, a_z)$ és az irányát megadó vektor $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$! (5 pont)

2.) Mondja ki a determinánsok szorzástételét! Hogyan számítjuk egy mátrix transzponáltjának és inverzének determinánsát? (5 pont)

3.) Mondja ki a pozitív tagú sorokra vonatkozó hányados és gyök-kritériumot! (5 pont)