

Feladatok

1.) Írja fel a $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ komplex számot trigonometrikus alakban, majd számolja ki a harmadik hatványát és a harmadik gyökeit!

(7 pont)

2.) Számítsa ki az $A(1, 2, -3), B(1, 3, -4), C(4, 2, 0)$ csúcspontú háromszög területét!

(5 pont)

3.) Határozza meg az összes olyan \mathbf{v} vektort, amelyre teljesül, hogy

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{b} + 2 \cdot \mathbf{v}, \quad \text{ha} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(8 pont)

4.) Határozza meg az egyenletrendszerek megoldását az "a" paraméter függvényében!

$$2x + 3y - z = 0$$

$$4x + 2y - az = 0$$

$$-x - 2y + 2z = 0$$

(9 pont)

5.) Egy téglatest egy csúcsába befutó élek hosszának összege 30 cm. Hogyan válasszuk az egyes élek hosszát, hogy a téglatest térfogata maximális legyen?

(9 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e! Állapítsa meg, hogy abszolút konvergencia-e a sor!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + n}}$$

(7 pont)

Elmélet

1.) Definiálja egy függvény 1. típusú improprius integrálját! Mikor nevezzük az integrált konvergensnek illetve divergensnek? (5 pont)

2.) Hogyan definiáljuk az ortogonális mátrixokat? Mit mondhatunk az ortogonális mátrixok inverzéről? (5 pont)

3.) Definiálja egy kétváltozós függvény határértékét egy megadott pontban! Mikor nevezünk egy kétváltozós függvényt folytonosnak egy pontban? (5 pont)