

### Feladatok

1.) Keresse meg a  $z^4 - z^2 - 6z$  polinom gyökeit a komplex számok körében, és írja fel gyöktényezőszorzatalakban! (7 pont)

2.) Határozza meg az  $\mathbf{a} = (4, 7, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (0, 2, 3)$  és  $\mathbf{c} = (1, -2, -7)$  vektorok vegyes szorzatát, valamint a vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát! (5 pont)

3.) Határozza meg az összes olyan  $\mathbf{x}$  vektort, amelyre teljesül, hogy

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \text{ha} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}. \quad (7 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (10 \text{ pont})$$

5.) Számítsa ki az  $f(x, y) = \frac{xy}{x + y}$  kétváltozós függvény gradiensét a  $P(1, -2)$  pontban, majd állapítsa meg itt az  $\alpha = 135^\circ$  irányszögben vett iránymenti deriváltat! Írja fel a pontban az érintősík egyenletét! (8 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e! Állapítsa meg, hogy abszolút konvergens-e a sor!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1} \quad (8 \text{ pont})$$

### Elmélet

1.) Hogyan definiáljuk egy komplex szám konjugáltját és hosszát? Mondja ki a két művelet közötti algebrai összefüggést! (5 pont)

2.) Milyen elemi sorműveleteket alkalmaztunk egy mátrix lépcsős alakra hozásakor? Hogyan változtatják ezek a mátrix determinánsát? (5 pont)

3.) Mik egy függvény stacionárius pontjai? Milyen feltétel mellett lesz egy stacionárius pont lokális minimum illetve maximumhely? (5 pont)