

## Feladatok

1.) Számítsa ki az alábbi improprius integrált!

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{(2-x)^2} dx \quad (6 \text{ pont})$$

2.) Döntse el, hogy a következő vektorok lineárisan függetlenek-e vagy sem:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}. \quad (6 \text{ pont})$$

3.) Határozza meg az egyenletrendszerek megoldását az "a" paraméter függvényében!

$$\begin{aligned} 3x - y + 3z &= -1 \\ -2x + y + 2z &= -1 \\ 4x - y + 8z &= a \end{aligned} \quad (8 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix} \quad (9 \text{ pont})$$

5.) Határozza meg az  $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^2 + y + 6$  függvény lokális szélsőértékeit! (8 pont)

6.) Állapítsa meg az alábbi hatványsor konvergenciatartományát!

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n(n+1)} \quad (7 \text{ pont})$$

## Elmélet

1.) Mit nevezünk három 3-dimenziós vektor vegyesszorzatának? Mi a vegyesszorzat geometriai jelentése? (5 pont)

2.) Ismertesse a mátrixrang fogalmát! Hogyan számítjuk ki egy mátrix rangját? (5 pont)

3.) Mit nevezünk egy többváltozós függvény parciális deriváltjainak? Mi egy kétváltozós függvény gradiensvektora? (5 pont)