

Feladatok

1.) Számítsa ki az alábbi improprius integrált!

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + x} dx \quad (5 \text{ pont})$$

2.) Számítsa ki az $A(3, 2, -2)$, $B(4, 1, -3)$, $C(1, -2, 1)$ csúcspontú háromszög területét! Írja fel a háromszög síkjának egyenletét! (8 pont)

3.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait a "c" paraméter függvényében!

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= c \\ x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x - y + z &= 1 \end{aligned} \quad (8 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! Diagonalizálja a mátrixot!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (9 \text{ pont})$$

5.) Számítsa ki az $f(x, y) = \ln(x) \cdot y^2 + \frac{2x - y^3}{y}$ kétváltozós függvény gradiensét a $P(1, 2)$ pontban, majd írja fel itt az érintősík egyenletét! Mennyi lesz a P pontban a $\mathbf{v} = (-1, 1)$ irányban vett iránymenti derivált? (7 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor? Válaszát indokolja!

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n^2+1}. \quad (8 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Hogyan definiáljuk egy komplex szám konjugáltját és hosszát? Mondja ki a két művelet közötti algebrai összefüggést! (5 pont)

2.) Mikor nevezünk egy vektorteret n -dimenziósnak? Mi a bázis egy vektortérben? (5 pont)

3.) Mit nevezünk egy kétváltozós függvény Hesse mátrixának? Mit mond ki a Young-tétel? (5 pont)