

Feladatok

1.) Keressük meg a $z^3 + 3z^2 + 6z + 4 = 0$ polinom gyökeit a komplex számok körében, és írjuk fel gyöktényezős alakban. (6 pont)

2.) Írja fel a $\mathbf{v}_1 = (1, -2, -1)$ és $\mathbf{v}_2 = (3, -1, 3)$ vektorokkal párhuzamos, a $P(2, 2, 4)$ ponton átmenő sík egyenletét. Milyen távol van ettől a síktól a $Q(0, 3, 1)$ pont? (6 pont)

3.) Határozza meg az összes olyan $\mathbf{x}$ vektort, amelyre teljesül, hogy

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} + 2\mathbf{x}, \quad \text{ha} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (7 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \quad (9 \text{ pont})$$

5.) Határozza meg az $f(x, y) = x^2 + 2xy + xy^2 - 3x$ függvény lokális szélsőértékeit. (9 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{(n+1)!} \quad (8 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Hogyan definiáljuk egy komplex szám összegét illetve különbségét? Mi a két művelet geometriai jelentése? (5 pont)

2.) Mit nevezünk egy négyzetes mátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak? (5 pont)

3.) Ismertesse a kétváltozós függvény fogalmát! Mit nevezünk egy kétváltozós valós függvény szintvonalának? (5 pont)