

Feladatok

1.) Legyen $z = 2 + 2i$. Írja fel trigonometrikus alakban, majd számolja ki a hatodik hatványát és a harmadik gyökeket. (7 pont)

2.) Határozza meg az $\mathbf{a} = (1, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (2, 2, 4)$ és $\mathbf{c} = (3, 2, 1)$ vektorok vegyes szorzatát, valamint a vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát. (5 pont)

3.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait!

$$\begin{aligned} 2x + y - 2z + u &= 0 \\ x - 4y + 2z - 2u &= -2 \\ x - y - z + u &= 1 \end{aligned} \quad (8 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! Diagonalizálja a mátrixot!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (9 \text{ pont})$$

5.) Egy 2m^3 térfogatú téglatest alakú medence alját egy rétegben, a többi oldalát két rétegben befestjük. Milyen hosszúak legyenek a téglatest oldalélei, hogy a lehető legkevesebb festéket használjuk fel? (8 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n + 3} \quad (8 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Hogyan számítjuk ki két komplex szám szorzatát és hányadosát, ha trigonometrikus alakban vannak megadva? Mi a szorzás művelet geometriai jelentése? (5 pont)

2.) Ismertesse a mátrixrang fogalmát! Hogyan számítjuk ki egy mátrix rangját? (5 pont)

3.) Hogyan definiáljuk a pozitív tagú sorokat? Mondja ki a pozitív tagú sorokra vonatkozó minoráns és majoráns kritériumot! (5 pont)