

Feladatok

1.) Keresse meg a $z^3 + 3z^2 + 3z + 2$ polinom gyökeit a komplex számok körében, és írja fel gyöktényezős szorzatalakban! (6 pont)

2.) Bontsa fel a $\mathbf{v} = (3, 4, -1)$ vektort az $\mathbf{a} = (2, 1, -2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensek összegére. Számítsa ki a $\mathbf{v}$ és $\mathbf{a}$ vektorok ebben a sorrendben vett vektoriális szorzatát is! (7 pont)

3.) Határozza meg az összes olyan $\mathbf{x}$ vektort, amelyre teljesül, hogy

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} + \mathbf{x}, \text{ ha } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ és } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (7 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait a "c" paraméter függvényében!

$$3x - 4y + cz = 0$$

$$2x - 3y + z = 0$$

$$x - y - 3z = 0 \quad (8 \text{ pont})$$

5.) Számítsa ki az $f(x, y) = 3y^2 + \ln(x - y)$ kétváltozós függvény gradiensét a $P(2, 1)$ pontban, és írja fel itt az érintősík egyenletét, majd állapítsa meg itt az $\alpha = 135^\circ$ irányszögben vett iránymenti derivált értékét! (9 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor?

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}. \quad (8 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Mit nevezünk két 3-dimenziós vektor skaláris szorzatának? Mondja ki a definíciót! Hogyan számítjuk a vektorszorzatot a vektorkoordináták segítségével? (5 pont)

2.) Milyen elemi sorműveleteket alkalmaztunk egy mátrix lépcsős alakra hozásakor? Hogyan változtatják ezek a mátrix determinánsát? (5 pont)

3.) Mit nevezünk egy vektorfüggvény Jacobi-mátrixának? (5 pont)