

Feladatok

1.) Számítsa ki az alábbi improprius integrált!

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{(1+2x)^2} dx \quad (5 \text{ pont})$$

2.) Írja fel a $P(1, 4, 3)$ ponton átmenő $\mathbf{v}_1 = (2, -1, 2)$ és $\mathbf{v}_2 = (1, 0, 3)$ vektorokkal párhuzamos sík egyenletét, és számítsa ki a $Q(1, 1, -1)$ pontnak ettől a síktól vett távolságát. (6 pont)

3.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait!

$$\begin{aligned} 4x + 4y - z - u &= 0 \\ x + 3y - 2z &= 1 \\ 2x - 2y + z + u &= 2 \\ x - 5y + 3z + u &= 1 \end{aligned} \quad (8 \text{ pont})$$

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad (9 \text{ pont})$$

5.) Határozza meg az $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2 - 4y$ függvény lokális szélsőértékeit. (9 pont)

6.) Döntse el, hogy az alábbi sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor? Válaszát indokolja!

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{n^2 + n}. \quad (8 \text{ pont})$$

Elmélet

1.) Mit nevezünk két 3-dimenziós vektor vektoriális szorzatának? Mondja ki a definíciót! Hogyan számítjuk a vektorszorzatot a vektorkoordináták segítségével? (5 pont)

2.) Hogyan definiáljuk egy mátrix transzponáltját? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát! (5 pont)

3.) Mit nevezünk numerikus sornak? Mikor lesz egy sor konvergens illetve divergens? (5 pont)