

Feladatok

1.) Keresse meg a $z^4 + 3z^2 - 4$ polinom gyökeit a komplex számok körében, és írja fel gyöktényezői szorzatalakban! (6 pont)

2.) Bontsuk fel a $\mathbf{v} = (1, 2, 4)$ vektort az $\mathbf{a} = (3, 1, -1)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensek összegére. (6 pont)

3.) Határozza meg az \mathbf{X} mátrixot, amelyre teljesül, hogy

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{B}.$$

(8 pont)

4.) Határozza meg az $f(x, y) = x^3 - x^2 - y^2 + y + 1$ függvény lokális szélsőértékeit. (8 pont)

5.) Döntse el, hogy az alábbi sorok konvergensek, abszolút konvergensek vagy divergensek.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$$

(4+5 pont)

6.) Írja fel az $f(x) = \frac{4+x}{3+x}$ függvény $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát. Határozza meg a sor konvergenciasugarát is. (8 pont)

Elmélet

1.) Hogyan számítjuk ki két komplex szám szorzatát és hányadosát, ha trigonometrikus alakban vannak megadva? Mi a szorzás művelet geometriai jelentése? (5 pont)

2.) Mikor nevezünk egy vektorteret n -dimenziósnak? Mi a bázis egy vektortérben? (5 pont)

3.) Mit nevezünk egy kétváltozós függvény Hesse mátrixának? Mit mond ki a Young-tétel? (5 pont)