

Feladatok

1.) Konvergens-e az alábbi improprius integrál? Ha igen, adja meg az értékét!

$$\int_0^3 \frac{2}{\sqrt{3-x}} dx$$

(6 pont)

2.) Írja fel a $\mathbf{v}_1 = (2, -2, 0)$ és $\mathbf{v}_2 = (1, 1, 3)$ vektorokkal párhuzamos, a $P(2, 0, -3)$ ponton átmenő sík egyenletét. Milyen távol van ettől a síktól a $Q(1, -1, 1)$ pont?

(8 pont)

3.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(8 pont)

4.) Egy 1 m^3 térfogatú téglatest alját és tetejét két rétegben, a többi oldalát egy rétegben befestjük. Milyen hosszúak legyenek a téglatest oldalélei, hogy a lehető legkevesebb festék kelljen ehhez?

(8 pont)

5.) Döntse el, hogy a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergens-e ez a sor?

(7 pont)

6.) Állapítsa meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3 \cdot 4^n}$ hatványsor konvergenciatartományát.

(8 pont)

Elmélet

1.) Hogyan definiáljuk egy komplex szám konjugáltját és hosszát? Mondja ki a két művelet közötti algebrai összefüggést!

(5 pont)

2.) Hogyan definiáljuk egy mátrix transzponáltját? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát!

(5 pont)

3.) Ismertesse a kétváltozós függvény fogalmát! Mit nevezünk egy kétváltozós valós függvény szintvonalának? Mik lesznek a szintvonalai a $z = x^2 + y^2$ forgási paraboloidnak?

(5 pont)