

Feladatok

1.) Keresse meg a $z^3 + 4z^2 + 6z$ polinom gyökeit a komplex számok körében, és írja fel gyöktényezőszorzatalakban! (6 pont)

2.) Írja fel a $P(1, 2, 1)$ ponton átmenő $\mathbf{n} = (3, -3, 0)$ normálvektorú sík egyenletét, és számítsa ki a $Q(0, 0, 4)$ pontnak ettől a síktól vett távolságát. (6 pont)

3.) Határozza meg a "c" paraméter függvényében az egyenletrendszer megoldását!

$$x + y - z = 1$$

$$2x - y + cz = 2$$

$$4x - y + z = 1$$

(8 pont)

4.) Számítsa ki az $f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{xy}$ kétváltozós függvény gradiensét a $P(1, 2)$ pontban, majd állapítsa meg itt a $\mathbf{v} = (3, 4)$ irányban vett iránymenti deriváltat is! Írja fel a pontban az érintősík egyenletét is!

(9 pont)

5.) Döntse el, hogy a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + n}}$ sor Leibniz típusú-e. Abszolút konvergencia-e ez a sor? (8 pont)

6.) Írja fel az $f(x) = \sin(x^2)$ függvény $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát. Határozza meg a sor konvergenciasugarát. Becsülje a $\sin(1)$ értékét a sor segítségével úgy, hogy a becslés hibája $\frac{1}{100}$ -nál kisebb legyen! (8 pont)

Elmélet

1.) Mit nevezünk egy komplex szám algebrai alakjának? Mi a képzetes illetve valós része a számnak? Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkon? (5 pont)

2.) Ismertesse a mátrixrang fogalmát! Hogyan számítjuk ki egy mátrix rangját? (5 pont)

3.) Hogyan definiáljuk a pozitív tagú sorokat? Mondja ki a pozitív tagú sorokra vonatkozó minoráns és majoráns kritériumot! (5 pont)