

Feladatok

1.) Számolja ki a $z = 2 - 2i$ komplex szám harmadik gyökeit és hatodik hatványát!
(8 pont)

2.) Bontsa fel a $\mathbf{v} = (-2, 2, 5)$ vektort az $\mathbf{a} = (3, 0, -1)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges komponensek összegére.
(5 pont)

3.) Határozza meg az egyenletrendszer megoldásait Gauss-elimináció segítségével!

$$\begin{aligned} 4x + y - 3z &= 0 \\ x - y + z &= 0 \\ 2x + 3y - 5z &= 0 \end{aligned}$$

(7 pont)

4.) Határozza meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! Invertálható-e a mátrix? Válaszát indokolja!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(9 pont)

5.) Számítsa ki az $f(x, y) = \frac{\sqrt{y}}{x + 2y}$ kétváltozós függvény gradiensét a $P(0, 1)$ pontban, majd állapítsa meg itt a $\mathbf{v} = (1, -2)$ irányban vett iránymenti deriváltat is!
(8 pont)

6.) Állapítsa meg az alábbi hatványsor konvergenciatartományát.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x - 1)^n}{n^2 \cdot 2^n}.$$

(8 pont)

Elmélet

1.) Definiálja egy függvény 1. típusú improprius integrálját! Mikor nevezzük az integrált konvergensnek illetve divergensnek?
(5 pont)

2.) Definiálja az inverzmátrixot! Ismertesse az inverz egyik kiszámítási módszerét!
(5 pont)

3.) Mi a totális derivált, mikor lesz egy többváltozós függvény totálisan deriválható?
(5 pont)