

6. gyakorlat

Mátrixegyenletek, transzformációk, sajátértékek és sajátvektorok

F1. Határozzuk meg azt az \mathbf{X} mátrixot, melyre teljesül, hogy

$$\mathbf{B}(2\mathbf{X} + \mathbf{A}) = \mathbf{X},$$

ahol

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

F2. Írjuk fel annak a térbeli transzformációnak a mátrixát, mely az xy koordinátasíkra tükröz, majd az y -tengely körül 45° -kal forogat, végül az yz koordinátasíkra vetíti.

F3. Határozzuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit és sajátvektorait.

(a) $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$.

F4. Tudjuk, hogy az $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ a & 4 \end{bmatrix}$ mátrix egyik sajátvektora $\mathbf{v}_1 = (1, 2)$. Határozzuk meg az a paraméter értékét, a sajátértékeket, és a másik sajátvektort.

F5. Határozzuk meg a $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.

Gyakorló feladatok

F6. Írjuk fel annak a térbeli transzformációnak a mátrixát, mely az x koordinátatengely irányába kétszeresére nyújt, majd az x -tengely körül 90° -kal forogat.

F7. Határozzuk meg a $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ mátrix sajátértékeit és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat.