

A2x 7.vizsga – 2021.01.25.

A feladatsor feltöltésével a hallgató elismeri, hogy tiltott segédeszközt nem használt a zárt-helyi megírása közben!

Feladatok:

1. (3-3p) Számítsuk ki az alábbi kifejezések értékét:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + n^{101}}{2^{2n-3} + 3^{n-2}}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{3^{2n-2}}$

2. (6p) Számítsuk ki az A mátrix inverzét és az $A^{-1}\mathbf{v}$ szorzatot, ahol

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

3. (5p) Számológép segítsége nélkül oldjuk meg a $z^3 - z^2 + 8z + 10 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán.
4. (6p) Adjuk meg az $A(2, -1, 0)$, $B(1, 3, 1)$ és $C(0, -4, 2)$ pontok által meghatározott háromszög C csúcsához tartozó magasságát.
(+3 bónuszpont szerezhető az elsőtől lényegében különböző megoldással!)
5. (7p) Állapítsuk meg az alábbi hatványsor konvergenciaintervallumát:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n + 5^{2n}}{n 3^n} (x - 3)^n$$

Tipp: A konvergenciasugár megállapítása során használhatjuk a rendőrelvet.

6. (8p) Keressük meg az $f(x, y) = x^3 + xy^2 + x^2 - 2xy - 3x + 1$ függvény lehetséges szélsőértékhelyeit és döntsük el, hogy ott ténylegesen van-e szélsőérték.
7. (7p) Alkalmas koordináták bevezetésével számítsuk ki az α félnyláásszögű, R sugarú gömbcikk térfogatát.