9. gyakorlat
Hatványsorok, Taylor-sorok

F1. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek, abszolút konvergensek vagy divergensek.

(a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$, (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$,

(d) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n)}$, (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n} n^7}{3^{2n+1}}$, (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+1}{n+4}\right)^n$.

F2. Állapítsuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciatartományát.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^{n-1}}$, (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n!}$.

F3. Írjuk fel a megadott függvények $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát. Határozzuk meg a sorok konvergenciasugarát is.

(a) $\cos(5x)$, (b) e^{-x^2},

(c) $\displaystyle\frac{x}{4+x^2}$, (d) $\displaystyle\frac{x+1}{x+3}$.

F4. Számoljuk ki $\sin 1$ és $\dfrac{1}{e}$ értékét 3 tizedesjegy pontossággal.

Gyakorló feladatok

F5. Döntsük el, hogy az alábbi sorok konvergensek, abszolút konvergensek vagy divergensek.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^3}}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$

F6. Állapítsuk meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+1)^n}{3^{n+1}}$ hatványsor konvergenciatartományát.

F7. Írjuk fel az $f(x) = x\sin(2x)$ függvény $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát.

F8. Számoljuk ki cos(0,1) értékét 4 tizedesjegy pontossággal.