

# 11. gyakorlat

## Határozatlan integrálok (primitív függvények)

**F1.** Keressük meg azt az  $f$  függvényt, amelyre

(a)  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  ( $x \in \mathbb{R}^+$ ),  $f(4) = 1$ ;

(b)  $f''(x) = 3e^x + 5 \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ),  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 2$ ;

(c)  $f'''(x) = \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ),  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 1$ ,  $f''(0) = 1$ .

**F2.** Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat:

(a)  $\int \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \, dx$ ,  $x > 0$ ;

(b)  $\int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \, dx$ ,  $x > 0$ ;

(c)  $\int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} \, dx$ ,  $x > 0$ .

**F3.** Határozzuk meg az alábbi primitív függvényeket:

(a)  $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x} + 5} \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(b)  $\int x^3(4x^4 + 6)^{2017} \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(c)  $\int \frac{1}{\cos^2 x \sqrt{(\operatorname{tg} x)^3}} \, dx$ ,  $x \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ .

**F4.** A parciális integrálás szabályát alkalmazva számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat:

(a)  $\int x e^{3x} \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(b)  $\int x^2 \cos(5x) \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(c)  $\int \arcsin(3x) \, dx$ ,  $x \in \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ .

### Opcionális

**F5.** Számítsuk ki a következő határozatlan integrálokat:

(a)  $\int e^{-x} \cos(2x) \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(b)  $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;

(c)  $\int x\sqrt{5+x} \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}^+$ ;

(d)  $\int x^2 \ln x \, dx$ ,  $x \in \mathbb{R}^+$ .